

محاضرة (4)

مثال (7-2)

عند إلقاء زهرة نرد غير متحيزة مرتين، فأوجد ما يلي :

- 1 احتمال ظهور وجهين متشابهين .
- 2 احتمال ظهور وجهين مجموع نقاطهما 10.
- 3 احتمال ظهور وجهين متشابهين أو مجموع نقاطهما 10.
- 4 احتمال ظهور وجهين مجموع نقاطهما 7 أو 10.

الحل :

نتائج فراغ العينة هي :

	S					
	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

$$n(S)=36$$

1 بفرض أن الحادث A هو حادث ظهور وجهين متشابهين، فإن :

$$A:\{(1,1) (2,2) (3,3) (4,4) (5,5) (6,6)\}, n(A)=6$$

ويكون احتمال ظهور وجهين متشابهين هو :

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

2 بفرض أن الحادث B هو حادث ظهور وجهين مجموع نقاطهما 10، فإن :

$$B:\{(4,6) (5,5) (6,4)\}, n(B)=3$$

ويكون احتمال ظهور وجهين متشابهين هو :

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

3 لحساب احتمال ظهور وجهين متشابهين أو (or) مجموع نقاطهما 10 ،

تستخدم المعادلة (7-3)، حيث أن :

$$P(A) = \frac{1}{6} \quad , \quad P(B) = \frac{1}{12}$$

وأما التقاطع $(A \cap B)$ فيعبر عن ظهور وجهين متشابهين و مجموعهما 10 يمكن حسابه كما يلي :

$$(A \cap B): \{(5,5)\} \quad , \quad n(A \cap B) = 1$$

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{1}{36}$$

ومن ثم :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{1}{6} + \frac{1}{12} - \frac{1}{36} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$$

4 بفرض أن الحادث C هو حادث ظهور وجهين مجموع نقاطهما 7، والحادث B هو حادث ظهور وجهين مجموع نقاطهما 10 ، نجد أن :

$$B: \{(4,6) (5,5) (6,4)\} \quad , \quad C: \{(1,6) (2,5) (3,4) (4,3) (5,2) (6,1)\}$$

$$n(C) = 6$$

$$n(B) = 3$$

$$P(B) = 3/36$$

$$P(C) = 6/36$$

يلاحظ أن الحادثين C, B حادثين متنافيين، لذا تستخدم المعادلة (5-7) في حساب الاحتمال المطلوب كما يلي :

$$P(B \cup C) = P(B) + P(C) = \frac{3}{36} + \frac{6}{36}$$

$$= \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

• قانون الاحتمال الشرطي Conditional probability

يستند هذا الاحتمال على فرصة وقوع حادث، إذا توافرت معلومات عن وقوع حادث آخر له علاقة بالحادث الأول، كاحتمال نجاح الطالب في مادة الإحصاء إذا علم أنه من الناجحين في مادة الاقتصاد، وكاحتمال استخدام المزرعة لنوع معين من السماد، إذا علم أنه يقوم بزراعة محصول معين، وكاحتمال أن الخريجي يعمل بالقطاع الخاص، إذا علم أنه ممن تخرجوا من قسم معين من أقسام كلية الزراعة، والأمثلة على ذلك كثيرة .

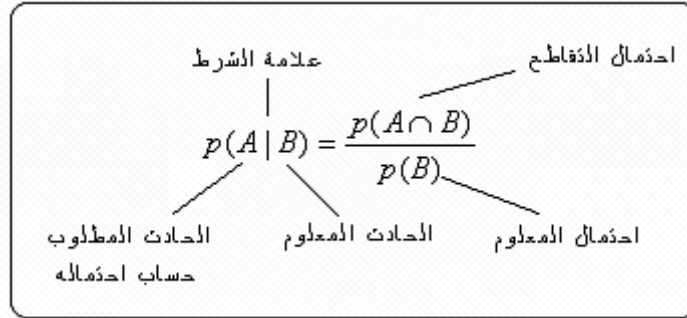
فإذا كان الحادث B حادث معلوم، والحادث A حادث آخر يراد حساب احتمال وقوعه، بمعلومية الحادث B ، فإن هذا الاحتمال يحسب بتطبيق المعادلة التالية :

$$p(A|B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} \quad (6-7)$$

ويعرف الاحتمال $p(A|B)$ بقانون الاحتمال الشرطي، ويقرأ "احتمال وقوع الحادث A بمعلومية الحادث B "، أو يقرأ "احتمال وقوع الحادث A بشرط وقوع الحادث B "، كما يمكن حساب احتمال وقوع ال حادث B بمعلومية الحادث A ، وذلك بتطبيق المعادلة التالية :

$$p(B|A) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)} \quad (7-7)$$

ومن المعادلة (6-7)، (7-7) يلاحظ أن الاحتمال الشرطي هو نسبة حادث التقاطع بين إلى الحادث المعلوم، حيث أن :



مثال (3-7)

فيما يلي توزيع تكراري لعينة عشوائية حجمها 100 من خريجي الكلية في العامين الماضيين، حسب التخصص، ونوع المهنة :

المهنة التخصص	عمل حكومي	قطاع خاص	عمل حر	Sum
اقتصاد زراعي	15	5	10	30
علوم اغذية	8	17	10	35
علوم تربية	12	10	13	35
Sum	35	32	33	100

فإذا اختير أحد الخريجين بطريقة عشوائية، احسب الاحتمالات التالية :

- 1 ما احتمال أن يكون من خريجي قسم الاقتصاد و يعمل بالقطاع الخاص .
- 2 ما احتمال أن يكون ممن يعملون بالحكومة أو من خريجي قسم علوم الأغذية .
- 3 ما احتمال أن يكون من خريجي قسم علوم الأغذية أو من قسم علوم التربية .
- 4 إذا ع لم أن الفرد من خريجي قسم علوم الأغذية، ما احتمال أن يكون ممن يعملون عملا حرا .

الحل :

أولاً: نرسم لنوع المهنة بالرموز A، ولنوع التخصص بالرمز B، كما هو مبين

بالتالي الجدول التالي :

المهنة التخصص	عمل حكومي A_1	قطاع خاص A_2	عمل حر A_3	Sum
اقتصاد زراعي B_1	15	5	10	30
علوم أغذية B_2	8	17	10	35
علوم تربية B_3	12	10	13	35
Sum	35	32	33	100